

RELACIÓN DE ECUACIONES Y SISTEMAS

1. Considera el sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$.

¡Atención a los coeficientes del sistema! $\frac{3}{1} \neq \frac{2}{-7}$. Sabemos antes de resolverlo que el sistema es compatible determinado, luego tiene una única solución. Para resolverlo aplicaremos reducción,

multiplicando la 2ª ecuación por -3 :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -3x + 21y = -3 \end{cases}$$

$$23y = 0$$

$$y = \frac{0}{23} = 0$$

Las soluciones pueden valer 0

Y ahora calculamos x : $3x + 0 = 3$; $x = 1$. Solución (1, 0).

2. Resuelve, fijándote en el anterior el siguiente sistema: $\begin{cases} \frac{x}{7} - 4y = -8 \\ 2x + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$. **Solución: (0,2)**

3. Considera el sistema: $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ -2x + 4y = 5 \end{cases}$

Fíjate en los coeficientes: $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{6}{5}$ y con ello deduces que el sistema es incompatible, luego no tiene solución.

4. Observa el sistema: $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ 9x + 15y = 3 \end{cases}$

Los coeficientes verifican: $\frac{3}{9} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$, luego el sistema es compatible indeterminado, que quiere decir infinitas soluciones.

5. Observa detenidamente la relación entre los coeficientes de cada uno de los siguientes sistemas e intenta determinar cómo es cada uno y resuelve los que sean compatibles determinados:

a) $\begin{cases} -3x + y = 6 \\ x - 5y = -2 \end{cases}$ **Solución:** Compatible determinado (-2, 0)

b) $\begin{cases} -x + 5y = -3 \\ 2x - 10y = 7 \end{cases}$ **Solución:** Incompatible, no tiene solución

c)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ -6x + 8y = -24 \end{cases}$$
 Solución: Compatible indeterminado, infinitas soluciones.

6. Un alumno que tiene cierta dificultad para resolver problemas de matemáticas. Para estimularlo, sus padres le han propuesto el siguiente contrato para obtener su “paga semanal”: cada semana debes hacer 50 problemas; por cada problema que resuelvas bien te daremos 120 ptas., y por cada problema que no hagas debes abonar veinte duros. El muchacho acepta y en la primera semana obtiene 2040 ptas. ¿Cuántos problemas resolvió bien y cuántos resolvió mal?

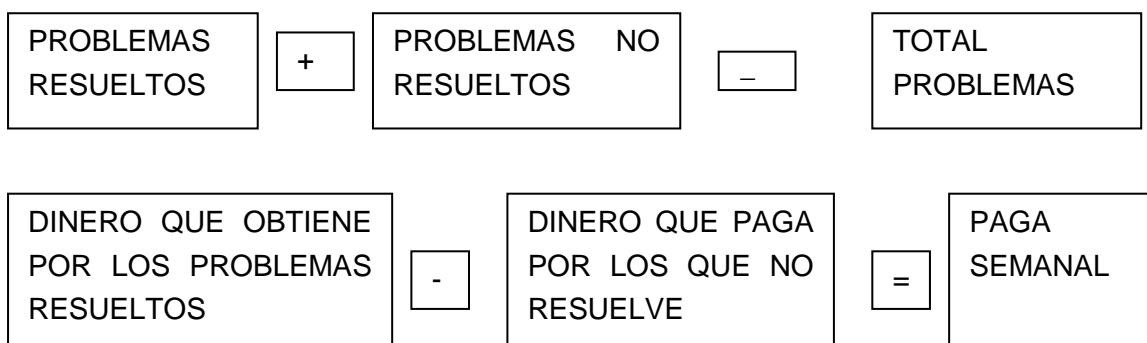
Para resolver este problema daremos los siguientes pasos:

a) *Elección de las incógnitas:* Problemas bien resueltos x
Problemas mal resueltos y

b) El dinero obtenido por los problemas bien resueltos será $120x$

El dinero que debe pagar por los problemas mal resueltos será: $100y$

c) Planteamos el sistema:



Luego el sistema será:
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 120x - 100y = 2040 \end{cases}$$
. Haciéndolo por sustitución, tendremos que

$$x = 50 - y. \text{ Por tanto } 120(50 - y) - 100y = 2040; 6000 - 120y - 100y = 2040; -220y = -3960;$$

$$y = 18; x = 50 - 18 = 32. \text{ Por tanto resolvió bien 32 problemas y mal 18.}$$

⑦ En una caseta de tiro de una feria el tirador recibe 2 puntos por cada blanco y abona 1' 5 puntos por cada error. Un tirador hace 25 disparos y debe al dueño de la caseta 9' 5 puntos. ¿Cuántas veces acertó y cuántas erró? **Solución:** Acertó 8 y erró 17.

8. Hallar la fracción equivalente a $\frac{3}{5}$ cuya suma de términos sea 64.

A la fracción la llamamos $\frac{x}{y}$. El decir que es equivalente a $\frac{3}{5}$ es lo mismo que decir que

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5}, \text{ con lo cual ya tenemos la primera ecuación del sistema. Los términos de una}$$

fracción son el numerador y el denominador, luego $x + y = 64$. Entonces el sistema a

resolver es: $\begin{cases} x + y = 64 \\ \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \end{cases}$. Lo transformo en uno equivalente: $\begin{cases} x + y = 64 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$. Si lo hacemos por

igualación tendremos que: $\begin{cases} y = 64 - x \\ y = \frac{5x}{3} \end{cases}$, luego $64 - x = \frac{5x}{3}$; $192 - 3x = 5x$; $-3x - 5x = -192$;

$-8x = -192$; $x = 24$ e $y = 64 - (24) = 40$. Luego la fracción es $\frac{24}{40}$.

9. La diferencia entre el denominador y el numerador de una fracción es 4. Hallarla, sabiendo que si sumamos 7 unidades a cada uno de los términos, la fracción resultante es equivalente a $\frac{2}{3}$. **Solución:** $\frac{1}{5}$.

Es lo mismo que decir equivalente a $\frac{3}{2}$

10. Hallar dos números cuya diferencia es 14 y cuya razón es $\frac{3}{2}$. **Solución:** 42 y 28.

11. La suma de las dos cifras de un número es 7. Si se invierte el orden de sus cifras, el número aumenta en 27. Halla este número.

Al número lo llamamos xy , y para poder trabajar con él hay que escribirlo como $10x + y$, ya que sabrás que, por ejemplo, el número $27 = 2 \times 10 + 7$. Si inviertes el orden de sus cifras tendrás el número yx , que para trabajar con él lo escribirás como $10y + x$. Siempre que en los problemas aparezcan números de dos cifras desconocidas debes actuar así.

La 1ª ecuación está clara: $x + y = 7$, para plantear la segunda fíjate en el enunciado que dice que el número yx es igual a $xy + 27$, pero como no podemos escribir yx ni xy , escribiremos:

$10y + x = 10x + y + 27$. Luego el sistema a resolver será: $\begin{cases} x + y = 7 \\ 10y + x = 10x + y + 27 \end{cases}$, que

transformándolo en otro equivalente: $\begin{cases} x + y = 7 \\ -9x + 9y = 27 \end{cases}$. Si multiplicamos la 1ª ecuación por 9,

obtenemos: $\begin{cases} 9x + 9y = 63 \\ -9x + 9y = 27 \end{cases}$

$$18y = 90$$

$$y = 5$$

$$x = 2$$

Por tanto el número que nos pedían es el 25.

12. La cifra de las decenas de un número de dos cifras es triple que la cifra de las unidades y éste número disminuye en 18 cuando se invierte el orden de sus cifras. Halla el número.

Solución: El número es el 31.

13. Descomponer el número 48 en dos partes tales, que al dividir una entre la otra, se obtenga 3 de cociente y 4 de resto.

La primera ecuación está clara, ya que es $x + y = 48$. Para ver la 2ª fíjate en esta estrategia que debes seguir siempre que en el enunciado hablen de una división con un cociente y un resto:

$$\begin{array}{r} x \text{ } \overline{) y} \\ 4 \quad 3 \end{array}$$

Haciendo la prueba de la división, tenemos $x = 3y + 4$, luego el sistema a resolver será:

$$\begin{cases} x + y = 48 \\ x = 3y + 4 \end{cases} \text{ . Si lo haces por sustitución, tendrás: } 3y + 4 + y = 48; 4y = 44; y = 11; x = 37.$$

14. La suma de dos números enteros es 304. Si se divide uno por otro se obtiene 6 de cociente y 17 de resto. ¿Cuáles son estos números? **Solución:** 263 y 41.

15. Ángel y Ernesto tienen 45 cromos. Dice Angel a Ernesto: dame cinco cromos y así tendré el doble que tú. ¿Cuántos tiene cada uno? **Solución:** 25 cromos Ángel y 20 Ernesto.

16. Por un grifo de un baño sale agua a 16°C y por otro a 64°C. ¿Qué cantidad debe verter cada grifo para tener 576 litros de agua a 26°C?

Si llamamos x e y a las cantidades en litros de agua que deben verter cada grifo tendrás que $x + y = 576$. La 2ª ecuación será $16x + 64y = 26 \times 576$. Luego el sistema a resolver será:

$$\begin{cases} x + y = 576 \\ 16x + 64y = 14976 \end{cases} \text{ ; Si lo hacemos por sustitución, tendremos: } x = 576 - y, \text{ luego:}$$

$$16(576 - y) + 64y = 14976; 9216 - 16y + 64y = 14976; 48y = 5760; y = 120; x = 456.$$

Luego el primer grifo debe verter 456 litros y el segundo 120 litros.

17. Un librero vendió 84 libros a dos precios distintos: unos a 900 ptas. y otros a 720 ptas. y obtuvo por la venta 62100 ptas. ¿Cuántos libros vendió de cada clase? **Solución:** 9 y 75.

18. Dada la ecuación $x^2 + bx - 24 = 0$, hallar b sabiendo que una de las raíces es -3 .

Como raíz es lo mismo que solución, al sustituir -3 en la ecuación debe dar cero:

$$9 - 3b - 24 = 0; -3b = 15; b = -5.$$

19. Dada la ecuación $x^2 - 23x + c = 0$, calcular c sabiendo que una de sus soluciones vale 15. **Solución:** $c = 120$.

20. Escribe la ecuación de 2º grado cuyas soluciones son: 4 y $\frac{1}{4}$.

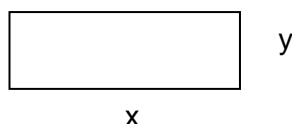
Como toda ecuación de 2º grado se puede escribir $x^2 - Sx + P = 0$, donde S es la suma de las dos soluciones y P es el producto de ellas, tenemos $S = 4 + \frac{1}{4} = \frac{16+1}{4} = \frac{17}{4}$; $P = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$.

Si sustituimos esos valores, tenemos $x^2 - \frac{17}{4}x + 1 = 0$.

21. Escribe la ecuación de 2º grado cuyas soluciones son: $-\frac{1}{2}$ y $-\frac{3}{4}$.

Solución: $x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{3}{8} = 0$.

22. El perímetro de un rectángulo es 32 cm. y su superficie 60 cm^2 . Halla sus dimensiones.



El sistema a resolver será: $\begin{cases} 2x + 2y = 32 \\ x \cdot y = 60 \end{cases}$; La primera ecuación la simplifico: $x + y = 16$; Luego

$x = 16 - y$; este valor lo sustituyo en la segunda ecuación y obtengo: $(16 - y)y = 60$;

$16y - y^2 = 60$; $y^2 - 16y + 60 = 0$; resolviendo con la fórmula sale $y = 10$, $y = 6$.

Para $y = 10$, la $x = 6$. Para $y = 6$, la $x = 10$. Luego las dimensiones son 10 cm. y 6 cm.

23. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 15 cm. Hallar la medida de los catetos sabiendo que el mayor mide 3 cm. más que el menor. **Solución:** 9 cm y 12 cm.

24. La suma de un número y su inverso es $50/7$. Hállalo. **Solución:** 7.

25. Resuelve la siguiente ecuación: $\frac{x}{9} = \frac{2}{x-3}$. **Solución:** 6 y -3 .

26. Resuelve la siguiente ecuación: $(x - 2)(3x - 1) = 0$.

Como es un producto igualado a cero, necesariamente uno de los dos factores tiene que valer cero, luego $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ 3x - 1 = 0 \end{cases}$; $x = 2$, $x = \frac{1}{3}$.

27. Resuelve la siguiente ecuación: $(3x + 3)(3x - 2) = 0$. **Solución:** $x = -1$, $x = \frac{2}{3}$.